

M. Kreuzer, L. Robbiano, *Computational Commutative Algebra 1*

Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, ISBN 3-540-67733-X, 2000

Bei dem Buch *Computational Commutative Algebra 1* handelt es sich um eine elementare Einführung in die kommutative Algebra mit CoCoA-Tutorials. Es besteht aus den drei Kapiteln *Grundlagen* (Polynomarithmetik), *Gröbner-Basen* und *Erste Anwendungen*, gefolgt von drei Anhängen über Inbetriebnahme und Programmierung mit CoCoA sowie einer kurzen Übersicht über vorhandene CoCoA-Programme.

Im ersten Kapitel werden Polynomringe über einem Körper behandelt. Themen sind eindeutige Primfaktorzerlegung (ohne Algorithmen, aber mit Berlekamp-Algorithmus in einem Tutorial), Monomordnungen, Division mit Rest und ein Abschnitt über homogene Polynome unter Einschluss der graduierten Version des Nakayama-Lemmas.

Das zweite Kapitel *Gröbner-Basen* beginnt mit einer Einführung von Polynomidealen und -modul inklusive Syzygien. Es folgen Definition und Charakterisierung von Gröbner-Basen, der Eindeigkeitssatz für reduzierte Gröbnerbasen sowie der Buchbergersche Algorithmus. Als Anwendungen werden konstruktive Beweise für den Hilbertschen Basissatz und Nullstellensatz gegeben.

Im dritten Kapitel *Erste Anwendungen* werden elementare Konstruktionsaufgaben aus der kommutativen Algebra mit Gröbnerbasentechniken gelöst. Dazu gehören die Berechnung des Syzygienmoduls mit Test auf Modulzugehörigkeit. Es folgt ein Abschnitt über elementare Modul- und Idealoperationen wie Berechnung des Durchschnitts, von Quotienten und Annulatoren. Der nächste Abschnitt über Modulhomomorphismen enthält die Berechnung von Kern und Bild von Homomorphismen so-

wie die Berechnung des Homomorphismenmoduls. Weitere behandelte Themen sind Lokalisierung und Saturierung mit Test auf Radikalzugehörigkeit und die Untersuchung von Algebra-Homomorphismen mit Transzendenztest bzw. Berechnung von Minimalpolynomen. Der letzte Abschnitt enthält schließlich die Lösung von Polynomgleichungssystemen und Berechnung von Radikalidealen im Falle nulldimensionaler Lösungsmengen (bzw. Ideale) über einem vollkommenen Körper.

Wichtige weitere Themen einer Vorlesung über algorithmische kommutative Algebra wie Radikalberechnung im allgemeinen Fall, Normalisierung, Primärzerlegung, die Berechnung von Dimension und Hilbertfunktionen sowie Anwendungen in der Algebraischen Geometrie bleiben weitgehend ausgeklammert.

Das Buch ist in einem aufmunternd lockeren Stil geschrieben und für Studierende gut zum Selbststudium geeignet. Der präsentierte Stoff wird durch viele Beispiele und Übungsaufgaben (teilweise mit Anleitungen im Anhang) ergänzt. Weiter sind jedem Abschnitt sorgfältig ausgearbeitete Tutorials angefügt, die zur Benutzung von Computeralgebra-systemen, insbesondere CoCoA, anregen sollen.

Das Buch kann aber auch unabhängig von CoCoA als Begleittext zu Vorlesungen empfohlen werden. Wie oben angedeutet, hätte sich der Referent allerdings eine etwas breitere Palette von behandelten Themen gewünscht. Dieses Manko wird aber möglicherweise mit dem geplanten zweiten Band behoben.

B. Heinrich Matzat (Heidelberg)